

ODPOWIEDZI DO PYTAŃ Z MATEMATYKI

1. Znam następujące zbiory liczbowe:
 - zbiór liczb naturalnych (N)
 - zbiór liczb całkowitych (C)
 - zbiór liczb wymiernych (W)
 - zbiór liczb niewymiernych (NW)
 - zbiór liczb rzeczywistych (R).
2. Liczby rzeczywiste są to wszystkie liczby (liczby niewymierne i wymierne).
3. Liczby naturalne są to liczby całkowite nieujemne: $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
4. Liczby całkowite są to liczby naturalne oraz przeciwne do naturalnych: $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
5. Liczby wymierne są to takie liczby, które można przedstawić za pomocą ułamka zwykłego: $\frac{p}{q}$, gdzie $p, q \in C, q \neq 0$, ich rozwinięcia dziesiętne są skończone lub nieskończone okresowe.
6. Liczby niewymierne są to takie liczby, których nie da się przedstawić w postaci ułamka zwykłego, mają rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe, np.: $0,12345678\dots, \pi, \sqrt{2}$.
7. Liczby pierwsze są to takie liczby, które mają tylko dwa dzielniki: samą siebie i jeden.
8. Liczby złożone są to takie liczby które mają więcej niż dwa dzielniki, ale ich skończoną ilość (0 i 1 nie są ani pierwsze ani złożone).
9. Liczby nieujemne są to wszystkie liczby większe od zera wraz z zerem.
10. Liczby niedodatnie są to wszystkie liczby mniejsze od zera wraz z zerem.
11. Liczby przeciwne są to takie liczby, których suma wynosi 0.
12. Liczby odwrotne są to takie liczby, których iloczyn jest równy 1.
13. Wartość bezwzględna jest to odległość liczby od zera na osi liczbowej.
def:
$$|x| = \begin{cases} x, & \text{dla } x \geq 0 \\ -x, & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$
14. Cechy podzielności liczb przez:
 - 2 – liczba dzieli się przez 2 wtedy, gdy jest to liczba parzysta.
 - 3 - liczba jest podzielna przez 3 jeżeli suma jej cyfr jest podzielna przez trzy.
 - 4 – liczba jest podzielna przez 4 jeżeli jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4.
 - 5 - liczba jest podzielna przez 5 jeżeli ostatnia cyfra w liczbie to 5 lub 0.
 - 8 – liczba jest podzielna przez 8 jeżeli jej trzy ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 8.
 - 9 – liczba jest podzielna przez 9 jeżeli suma jej cyfr jest podzielna przez 9.

ODPOWIEDZI DO PYTAŃ Z MATEMATYKI

- 10 – liczba jest podzielna przez 10 jeżeli ostatnia cyfra tej liczby to 0.
 - 25 – liczba jest podzielna przez 25 jeżeli jej dwie ostatnie cyfry to: 00, 25, 50, 75.
 - 100 - liczba jest podzielna przez 100 jeżeli jej dwie ostatnie cyfry to 00.
- 17.** Znane działania na liczbach to:
- dodawanie : składnik + składnik = suma
 - odejmowanie : odjemna – odjemnik = różnica
 - mnożenie : czynnik • czynnik = iloczyn
 - dzielenie : dzielna ÷ dzielnik = iloraz
 - potęgowanie – a^n ; a- podstawa potęgi, n- wykładnik potęgi
 - pierwiastkowanie- $\sqrt[n]{a}$ - a-liczba podpierwiastkowa ($a \geq 0$),
n – stopień pierwiastka ($n \in N \wedge n \geq 2$)
- 18.** Wyrażenie algebraiczne to takie wyrażenie, gdzie obok liczb, nawiasów i znaków działań występują litery.
- 19.** Nazwę wyrażenia algebraicznego tworzymy od ostatniego działania, wykonywanego zgodnie z kolejnością działań.
- 20.** Jednomian jest to iloczyn liczb i liter lub pojedynczy zapis liczby.
- 21.** Suma algebraiczna jest to suma jednomianów.
- 22.** Wyrazy podobne są to jednomiany, różniące się jedynie współczynnikami liczbowymi.
- 23.** Redukcja wyrazów podobnych polega na zastąpieniu kilku wyrazów podobnych jednym.
- 24.** Aby dodać dwie sumy algebraiczne należy opuścić nawiasy i do wyrazów pierwszej sumy dopisać wyrazy drugiej sumy bez zmiany znaku.
- 25.** Aby odjąć sumy algebraiczne należy opuścić nawiasy i do wyrazów pierwszej sumy dopisać wyrazy drugiej sumy ze zmianą znaku.
- 26.** Mnożąc sumę algebraiczną przez jednomian mnożymy każdy wyraz sumy przez dany jednomian.
- 27.** Mnożąc sumę algebraiczną przez sumę algebraiczną mnożymy każdy wyraz pierwszej sumy przez każdy wyraz drugiej sumy.
- 28.** Sposoby zamiany sumy algebraicznej na iloczyn to:
- grupowanie wyrazów,
 - wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias,
 - zastosowanie wzorów skróconego mnożenia;
- 29.** Liczbę parzystą zapisujemy za pomocą wzoru: $2n$ (n- liczba naturalna).
- 30.** Liczbę nieparzystą zapisujemy za pomocą wzoru: $2n + 1$ (n- liczba naturalna).

31. Liczbę dwucyfrową zapisujemy za pomocą wzoru: $10x + y$ (x - cyfra dziesiątek; y - cyfra jedności).
32. Liczbę trzycyfrową zapisujemy za pomocą wzoru: $100z + 10x + y$ (z - cyfra setek; x – cyfra dziesiątek; y - cyfra jedności).
33. Wzory skróconego mnożenia:
- Kwadrat sumy dwóch wyrażeń $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 - Kwadrat różnicy dwóch wyrażeń $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 - Różnica kwadratów dwóch wyrażeń $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, gdzie a i b to dowolne wyrażenia
34. Kwadrat sumy dwóch wyrażeń jest równy kwadratowi pierwszego wyrażenia plus podwojony iloczyn pierwszego wyrażenia przez drugie, plus kwadrat drugiego wyrażenia. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
35. Kwadrat różnicy dwóch wyrażeń jest równy kwadratowi pierwszego wyrażenia minus podwojony iloczyn pierwszego wyrażenia przez drugie plus kwadrat drugiego wyrażenia. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
36. Różnica kwadratów dwóch wyrażeń jest równa iloczynowi sumy tych wyrażeń przez ich różnicę. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
37. Proporcja jest to równość dwóch ilorazów: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b \neq 0 \wedge d \neq 0$
 a, d -wyrazy skrajne, b, c - wyrazy środkowe.
38. Własności proporcji:
- iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych.
 - można przestawiać wyrazy skrajne
 - można przestawiać wyrazy środkowe.
39. Zmienne x i y są wprost proporcjonalne wtedy, gdy wraz ze wzrostem jednej wielkości, druga wielkość rośnie tyle samo razy (zależność postaci $y = ax$, a - współczynnik proporcjonalności prostej).
40. Zmienne x i y są odwrotnie proporcjonalne wtedy, gdy wraz ze wzrostem jednej wielkości druga wielkość maleje tyle samo razy . (zależność postaci $y = \frac{a}{x}$, a - współczynnik proporcjonalności odwrotnej).
41. Średnia arytmetyczna jest to iloraz sumy wartości liczb przez ilość tych liczb.
42. Mediana jest to środkowa wartość w rosnącym szeregu liczb, od łacińskiego słowa medianus – środkowy.
43. Wyróżniamy ułamki:
- zwykłe
 - dziesiętne

44. Ułamek dziesiętny jest to ułamek zwykły o mianowniku 10,100,1000... ; zazwyczaj zapisywany przy użyciu przecinka oddzielającego całości od części ułamkowych.
45. Ułamek zwykły jest to iloraz dwóch liczb całkowitych zapisany za pomocą kreski ułamkowej. Dzielną to licznik, dzielnik – mianownik, kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia (mianownik nie może wynosić 0).
46. Liczby mieszane składają się z liczby całkowitej i ułamka właściwego.
47. Ułamek właściwy to taki ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika. Ułamek niewłaściwy to taki ułamek, w którym licznik jest większy od mianownika bądź równy mianownikowi.
48. Mnożenie ułamków dziesiętnych wykonujemy tak, jak mnożenie liczb naturalnych, a w otrzymanym iloczynie oddzielamy przecinkiem tyle miejsc od końca, ile cyfr po przecinku jest w obu czynnikach razem.
49. Aby pomnożyć ułamki zwykłe, należy pomnożyć przez siebie liczniki i mianowniki tych ułamków, pamiętając o skracaniu.
50. Dzielać ułamki dziesiętne, trzeba w dzielniku i w dzielnej przesunąć przecinek o tyle miejsc w prawo, by doprowadzić dzielnik do liczby całkowitej, a następnie wykonać dzielenie.
51. Aby podzielić ułamki zwykłe, należy pomnożyć pierwszy ułamek przez odwrotność drugiego ułamka.
52. Mnożenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... polega na przesunięciu przecinka w tym ułamku, o tyle miejsc w prawo ile zer jest w 10, 100, 1000... Dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... polega na przesunięciu przecinka w tym ułamku, o tyle miejsc w lewo ile zer jest w 10, 100, 1000... .
53. Tak, każdy ułamek zwykły można zamienić na dziesiętny skończony lub nieskończony okresowy.
54. Ułamek zwykły można zamienić na dziesiętny przez
- podzielenie licznika przez mianownik,
 - sprowadzenie mianownika do 10, 100, 1000... (jeśli to możliwe)
55. Ułamek zwykły może mieć rozwinięcie dziesiętne skończone albo nieskończone okresowe.
56. Ułamek zwykły ma rozwinięcia dziesiętne skończone wtedy, gdy jego mianownik w rozkładzie na czynniki pierwsze ma tylko dwójki, tylko piątki lub dwójki i piątki.
57. Aby zaokrąglić ułamek do pewnego rzędu, należy odrzucić cyfry rzędów niższych i:
- jeżeli pierwsza z odrzucanych cyfr jest większa lub równa pięć, to do ostatniej z zostawianych dodajemy jeden
 - jeżeli pierwsza z odrzucanych cyfr jest mniejsza niż pięć, to ostatnią cyfrę zostawiamy bez zmian.

58. Potęgą o podstawie a i wykładniku naturalnym n nazywamy iloczyn n czynników liczby a , przy czym $a^0 = 1, a \neq 0$; $a^1 = a$.

59. Jeśli wykładnik potęgi jest równy 1, to potęga przyjmuje taką samą wartość jak podstawa, $a^1 = a$

60. Jeśli wykładnik potęgi jest równy 0, to potęga przyjmuje wartość 1.
 $a^0 = 1, a \neq 0$

61. Działania na potęgach o wykładniku naturalnym:

n, m – wykładnik potęgi ; a, b – podstawa potęgi

- mnożenie potęg o tych samych podstawach, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, gdzie $a \in \mathbb{R}$; $n, m \in \mathbb{N}$.
- dzielenie potęg o tych samych podstawach, $a^n : a^m = a^{n-m}$, gdzie $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $n, m \in \mathbb{N} \wedge n \geq m$.
- mnożenie potęg o tych samych wykładnikach, $a^n \cdot b^n = (ab)^n$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}$.
- dzielenie potęg o tych samych wykładnikach, $a^n : b^n = (a : b)^n$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$.
- potęga potęgi, $(a^n)^m = a^{nm}$, gdzie $a \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$.

62. Iloczyn potęg o tych samych wykładnikach jest równy potędze o tym samym wykładniku i podstawie równej iloczynowi podstaw czynników.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n; \text{gdzie } a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$$

63. Iloraz potęg o tych samych wykładnikach jest równy potędze o tym samym wykładniku i podstawie równej ilorazowi podstaw dzielnej i dzielnika.

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n; \text{gdzie } a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

64. Potęga potęgi jest równa potędze o tej samej podstawie i wykładniku równym iloczynowi danych wykładników .

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}; \text{gdzie } a \in \mathbb{R}, n, m \in \mathbb{N}$$

65. Iloczyn potęg o tych samych podstawach jest równy potędze o tej samej podstawie i wykładniku równym sumie wykładników czynników.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \text{gdzie } a \in \mathbb{R}, n, m \in \mathbb{N}$$

- 66.** Iloraz potęg o tych samych podstawach jest równy potędze o tej samej podstawie i wykładniku równym różnicy wykładników dzielnej i dzielnika.

$$a^n : a^m = a^{n-m}, \text{ gdzie } a \in R, a \neq 0, n, m \in N, n \geq m$$

- 67.** Liczba podniesiona do ujemnej potęgi n , $n \in N$, równa się odwrotności tej liczby podniesionej do potęgi n .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ gdzie } a \neq 0 \wedge n \in N$$

- 68.** Liczba podniesiona do potęgi z wykładnikiem wymiernym równa jest pierwiastkowi o stopniu równym mianownikowi tego ułamka z tej liczby podniesionej do potęgi równej licznikowi tego ułamka.

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}, \text{ gdzie } a \geq 0 \wedge m, n \in N \wedge m > 1, n \neq 0$$

- 69.** Pierwiastkiem drugiego stopnia (kwadratowym) z nieujemnej liczby a nazywamy nieujemną liczbę b taką, że $b^2 = a$.

Liczbę a nazywamy liczbą podpierwiastkową.

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a, \text{ gdzie } a, b \geq 0$$

- 70.** Pierwiastkiem trzeciego stopnia (sześciennym) z liczby a nazywamy taką liczbę b , że $b^3 = a$.

$$\sqrt[3]{a} = b \Leftrightarrow b^3 = a, \text{ gdzie } a, b \in R$$

- 71.** Własności pierwiastków :

- n -ta potęga pierwiastka n -tego stopnia z liczby nieujemnej jest równa liczbie podpierwiastkowej.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a, a \geq 0$$

- Pierwiastek n -tego stopnia z iloczynu liczb nieujemnych równy jest iloczynowi pierwiastków n -tego stopnia z tych liczb.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, a, b \geq 0$$

- Pierwiastek n-tego stopnia z ilorazu liczby nieujemnej i liczby dodatniej jest równy ilorazowi pierwiastków n-tego stopnia z tych liczb.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad a \geq 0 \wedge b > 0$$

- 72.** Symetralną odcinka nazywamy tę oś symetrii odcinka, która jest do niego prostopadła.
Własność symetralnej: każdy punkt symetralnej odcinka jest równoodległy od jego końców i odwrotnie – jeżeli punkt jest równoodległy od końców odcinka, to należy do symetralnej odcinka.
- 73.** Trójkąty ze względu na miary kątów dzielimy na:
- prostokątne
 - rozwartokątne
 - ostrokątne
- 74.** Trójkąty ze względu na długości boków dzielimy na :
- równoboczne
 - równoramienne
 - różnoboczne
- 75.** Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180°
- 76.** Aby trójkąt mógł istnieć suma dwóch krótszych boków musi być większa od najdłuższego boku .
- 77.** Wysokość w trójkącie jest to odcinek prostopadły łączący wierzchołek z przeciwległym bokiem.
- 78.** Ortocentrum trójkąta to punkt przecięcia wysokości trójkąta lub ich przedłużeń. W trójkącie ostrokątnym znajduje się wewnątrz trójkąta, w prostokątnym w wierzchołku kąta prostego, w rozwartokątnym poza trójkątem.
- 79.** Środkowa w trójkącie jest to odcinek łączący wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku.

80. Środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie, który dzieli je w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka.

81. Punkt przecięcia środkowych trójkąta nazywa się środkiem ciężkości trójkąta.

82. Pole trójkąta obliczamy według wzoru:

$$P = \frac{a \cdot h}{2} \quad \text{gdzie } a - \text{długość boku, } h - \text{wysokość spadająca na ten bok.}$$

83. Wysokość trójkąta równobocznego obliczamy według wzoru

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad \text{gdzie } a - \text{długość boku}$$

84. Pole trójkąta równobocznego obliczamy według wzoru:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad \text{gdzie } a - \text{długość boku}$$

85. Promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym obliczamy według

$$\text{wzoru: } R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \quad \text{gdzie } a - \text{długość boku}$$

86. Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny obliczamy według wzoru:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} \quad \text{gdzie } a - \text{długość boku}$$

87. Środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia symetralnych boków tego trójkąta.

Znajduje się on:

- w trójkącie ostrokątnym – wewnątrz trójkąta
- w trójkącie prostokątnym – w połowie przeciwprostokątnej
- w trójkącie rozwartokątnym – poza trójkątem

88. Środek okręgu wpisanego w trójkąt leży w punkcie przecięcia dwusiecznych kątów tego trójkąta.

89. Twierdzenie PITAGORASA brzmi:

W trójkącie prostokątnym kwadrat długości przeciwprostokątnej jest równy sumie kwadratów długości przyprostokątnych.

90. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia PITAGORASA brzmi:

Jeżeli suma kwadratów długości dwóch krótszych boków trójkąta równa się kwadratowi długości najdłuższego boku, to ten trójkąt jest prostokątny.

91. Cechy przystawania trójkątów :

- (bbb) – jeżeli trzy boki jednego trójkąta są równe odpowiednim trzem bokom drugiego trójkąta, to te trójkąty są przystające.
- (bkb) - jeżeli dwa boki i kąt między nimi zawarty jednego trójkąta są równe odpowiednim dwóm bokom i kątowi między nimi zawartemu drugiego trójkąta, to te trójkąty są przystające.
- (kbk) - jeżeli bok i dwa kąty do niego przyległe jednego trójkąta są równe odpowiedniemu bokowi i kątom do niego przyległym drugiego trójkąta, to te trójkąty są przystające..

Zapis $\triangle ABC \equiv \triangle KLM$ oznacza , że trójkąt ABC jest przystający do trójkąta KLM.

92. Trójkąt „złoty” jest trójkątem prostokątnym o kątach 30° , 60° , 90° . Jego przeciwprostokątna jest 2 razy dłuższa od krótszej przyprostokątnej, a dłuższa przyprostokątna jest $\sqrt{3}$ razy dłuższa od krótszej przyprostokątnej.

93. W trójkącie równoramiennym prostokątnym przeciwprostokątna jest równa $a\sqrt{2}$, gdzie a to długość przyprostokątnych.

94. Suma miar kątów wewnętrznych czworokąta wynosi 360° .

95. Trapez – czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych. Boki równoległe- to podstawy, a nierównoległe- to ramiona.

96. Trapezy dzielimy na :

- równoramienne(ramiona równej długości)
- prostokątne (ramię prostopadłe do podstawy)
- różnoramienne (ramiona różnej długości)

97. Wzór na pole trapezu : $P= 0,5(a + b)h$

a –podstawa trapezu

b –druga podstawa trapezu

h – wysokość trapezu

98. Równoległobok – czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.

99. Przekątne w równoległoboku przecinają się w połowie

- 100.** Wzór na pole równoległoboku : $P= ah_1$ lub $P= bh_2$
 a –bok równoległoboku
 b – drugi bok równoległoboku
 h_1 – wysokość spadająca na bok a
 h_2 – wysokość spadająca na bok b
- 101.** Romb – równoległobok, który ma wszystkie boki równej długości.
- 102.** Przekątne w rombie przecinają się w połowie, są prostopadłe i dzielą kąty wewnętrzne rombu na połowy.
- 103.** Wzór na pole rombu : $P= ah$ lub $P= 0,5d_1d_2$
 a – bok rombu
 h – wysokość rombu,
 d_1 –przekątna rombu
 d_2 – druga przekątna rombu
- 104.** Prostokąt – czworokąt, który ma wszystkie kąty proste.
- 105.** Przekątne w prostokącie mają jednakowe długości i przecinają się w połowie.
- 106.** Wzór na pole prostokąta : $P= a b$
 a –bok prostokąta
 b – drugi bok prostokąta
- 107.** Kwadrat – czworokąt, który ma wszystkie kąty proste i boki równe.
- 108.** Przekątne w kwadracie mają jednakowe długości, przecinają się w połowie i są prostopadłe, dzielą kąty wewnętrzne kwadratu na połowy.
- 109.** Wzór na przekątną kwadratu: $d= a\sqrt{2}$
 a – bok kwadratu
 d – przekątna kwadratu
- 110.** Wzór na pole kwadratu : $P= a^2$ lub $P= 0,5d^2$
 a – bok kwadratu
 d – przekątna kwadratu
- 111.** Deltoid – czworokąt o dwóch parach boków sąsiednich równej długości.
- 112.** Wzór na pole deltoidu : $P= 0,5d_1d_2$
 d_1 –przekątna d_2 – druga przekątna
- 113.** Przekątne w deltoidzie są prostopadłe, dłuższa przekątna dzieli krótszą na połowy oraz przeciwległe kąty wewnętrzne deltoidu na połowy.
- 114.** Na czworokącie można opisać okrąg, gdy suma przeciwległych kątów wynosi 180^0 .
- 115.** W czworokąt można wpisać okrąg, gdy suma przeciwległych boków jest taka sama.

- 116.** Na wielokącie można opisać okrąg wtedy, gdy symetralne wszystkich boków tego wielokąta przetną się w jednym punkcie.
- 117.** W wielokąt można wpisać okrąg, gdy dwusieczne wszystkich kątów tego wielokąta przecinają się w jednym punkcie.
- 118.** Okrąg jest opisany na wielokącie, jeśli wszystkie jego wierzchołki leżą na tym okręgu.
- 119.** Okrąg jest wpisany w wielokąt, gdy każdy bok wielokąta jest styczny do okręgu.
- 120.** Wielokąt foremny ma wszystkie boki równej długości i kąty równej miary.
- 121.** Wzór na miarę kąta wewnętrznego w n- kącie foremnym:
- $$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \quad n - \text{ilość kątów w wielokącie foremnym}$$
- 122.** Okrąg o środku O i promieniu r to zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od punktu O jest równa r.
- 123.** Koło o środku O i promieniu r to zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od punktu O jest mniejsza lub równa r.
- 124.** Promień okręgu o środku O to odcinek łączący punkt O z dowolnym punktem na okręgu.
- 125.** Cięciwa okręgu to odcinek łączący dwa dowolne punkty na okręgu.
- 126.** Średnica okręgu to najdłuższa cięciwa.(przechodzi przez środek okręgu).
- 127.** Łuk okręgu – to część okręgu ograniczona dwoma punktami.
- 128.** π jest to stosunek długości okręgu do jego średnicy. Jest to liczba niewymierna, wynosząca w przybliżeniu $\pi \approx 3,14$

129. Wzór na pole koła to $P = \pi r^2$ r – promień koła

130. Wzór na obwód koła: $Ob = 2\pi r$,r- promień koła

131. Wzór na pole wycinka koła: $P_w = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$,
r- promień koła, α - kąt środkowy

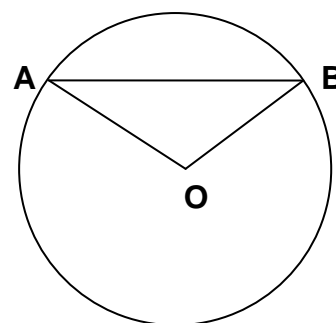
132. Wzór na pole odcinka koła to:

$$P_{\text{odc}} = P_w - P_{\text{trójkąta ABO}} \quad P_w - \text{pole wycinka koła}$$

133. Wzór na długość łuku to:

$$L = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

Ł- łuk, α - kąt środkowy, r- promień okręgu



134. Styczna do okręgu jest to prosta mająca z tym okręgiem dokładnie jeden punkt wspólny. Punkt ten nazywamy punktem styczności.

Własności stycznej do okręgu :

- styczna do okręgu jest prostopadła do promienia okręgu poprowadzonego do punktu styczności.

135. Sieczna okręgu jest to prosta przecinająca okrąg w dwóch punktach.

136. Dwa okręgi względem siebie mogą być położone w następujący sposób:

- Mogą nie mieć punktów wspólnych i jeden okrąg leży na zewnątrz drugiego.
 $d > r_1 + r_2$ r_1, r_2 – promienie okręgów $r_1 > r_2$,
 d – odległość środków okręgów
- Okręgi styczne zewnętrznie mają ze sobą jeden punkt wspólny.
 $d = r_1 + r_2$ r_1, r_2 – promienie okręgów $r_1 > r_2$,
 d – odległość środków okręgów
- Okręgi przecinające się, mają ze sobą dwa punkty wspólne.
 $r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$ r_1, r_2 – promienie okręgów $r_1 > r_2$,
 d – odległość środków okręgów
- Okręgi styczne wewnętrznie mają ze sobą jeden punkt wspólny.
 $d = r_1 - r_2$ r_1, r_2 – promienie okręgów $r_1 > r_2$,
 d – odległość środków okręgów
- Okrąg mniejszy leży wewnątrz okręgu większego i nie mają ze sobą punktów wspólnych.
 $0 < d < r_1 - r_2$ r_1, r_2 – promienie okręgów $r_1 > r_2$,
 d – odległość środków okręgów
- Okręgi współśrodkowe. Okrąg mniejszy leży wewnątrz okręgu większego i mają wspólny środek.
 $d = 0$ d – odległość środków okręgów

137. Dwie figury nazywamy przystającymi (równymi), jeżeli dają się na siebie nałożyć. Ozn. przystawania \equiv

138. Dwie figury nazywamy podobnymi, jeżeli mają ten sam kształt, a różnią się co najwyżej wielkością.

Ozn. podobieństwa \sim

139. Własności figur podobnych:

- odpowiednie odcinki są do siebie proporcjonalne
- odpowiednie kąty mają równe miary

140. Stosunek obwodów figur podobnych jest równy skali podobieństwa.

141. Stosunek pól figur podobnych jest równy kwadratowi skali podobieństwa.

142. Dwa prostokąty są podobne, jeżeli:

- stosunek długości dwóch prostopadłych boków jednego prostokąta jest równy stosunkowi długości odpowiednich boków drugiego prostokąta.
- Kąt zawarty między przekątną i bokiem w jednym prostokącie jest równy odpowiedniemu kątowi zawartemu między przekątną i bokiem w drugim prostokącie.

- Stosunek długości boku do długości przekątnej jednego prostokąta jest równy stosunkowi długości odpowiedniego boku do długości przekątnej drugiego prostokąta.

143. Dwa trójkąty prostokątne są podobne, jeśli:

- stosunek długości przyprostokątnych jednego trójkąta jest równy stosunkowi długości odpowiednich przyprostokątnych drugiego trójkąta.
- jeden z kątów ostrych w jednym trójkącie ma taką samą miarę, jak jeden z kątów ostrych w drugim trójkącie.
- stosunek długości przyprostokątnej do długości przeciwprostokątnej jednego trójkąta jest równy stosunkowi odpowiedniej przyprostokątnej do długości przeciwprostokątnej drugiego trójkąta.

144. Cechy podobieństwa trójkątów:

- Jeżeli trzy boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich trzech boków drugiego trójkąta, to te trójkąty są podobne. (bbb)
- Jeżeli dwa kąty jednego trójkąta są przystające do odpowiednich dwóch kątów drugiego trójkąta, to te trójkąty są podobne (kkk)
- Jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich dwóch boków drugiego trójkąta i kąty zawarte między nimi są przystające, to te trójkąty są podobne (bkb)

145. Kąty ze względu na miary dzielimy na:

- Wypukłe:
 - Zerowe
 - Ostre
 - Proste
 - Rozwarte
 - Półpełne
 - Pełne

- wklęsłe

146. Kąty wklęsłe są to kąty, które mają miarę większą od 180° a mniejszą niż 360°

147. Kąty wypukłe są to kąty, które mają miarę większą lub równą 0° i mniejszą lub równą 180° oraz 360° .

148. Kąty ostre mają miarę większą od 0° i mniejszą od 90°

149. Kąty rozwarte mają miarę większą od 90° i mniejszą od 180°

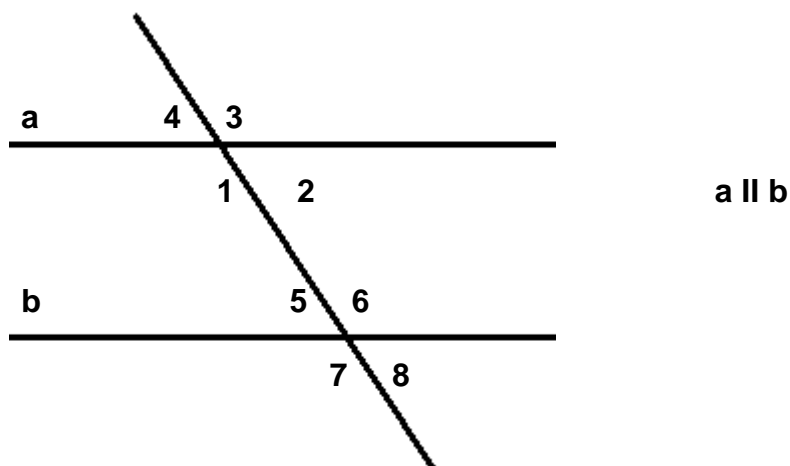
150. Kąty proste mają miarę 90° .

151. Kąty półpełne mają miarę 180°

152. Kąty pełne mają miarę 360°

153. Kąty przyległe jest to para kątów płaskich, które mają jedno ramię wspólne, a dwa ich pozostałe ramiona tworzą prostą. Suma ich miar równa się 180° .

- 154.** Kąty wierzchołkowe jest to para kątów płaskich o równych miarach, spełniających warunek, że ramiona jednego z nich są półprostymi dopełniającymi dla ramion drugiego
- 155.** Kąty 1 i 6, 2 i 5, 4 i 8 oraz 3 i 7 są kątami naprzemianległymi. Pary tych kątów mają jednakowe miary.



Kąty 2 i 8, 1 i 7, 4 i 5 oraz 3 i 6 są kątami odpowiadającymi. Pary tych kątów mają jednakowe miary.

- 156.** Dwusieczna kąta jest to półprosta wychodząca z wierzchołka kąta dzieląca kąt na połowy.
Własności dwusiecznej:
- Każdy punkt leżący na dwusiecznej kąta jest równoodległy od ramion kąta.
 - Jeżeli punkt jest równoodległy od ramion kąta, to należy do dwusiecznej kąta.
- 157.** Kąt środkowy jest to kąt którego wierzchołkiem jest środek koła, a ramiona zawierają promienie. Może mieć miarę od 0° do 360°
- 158.** Kąt wpisany w okrąg jest to kąt utworzony przez dwie cięciwy wychodzące z jednego punktu na okręgu. Może mieć miarę od 0° do 180°
- 159.** Twierdzenia dotyczące kątów środkowych i wpisanych:
- Jeżeli kąt środkowy i wpisany oparte są na tym samym łuku, to kąt środkowy jest dwa razy większy od wpisanego.
 - Jeżeli kąty wpisane oparte są na tym samym łuku, to mają równe miary.
 - Kąt wpisany oparty na średnicy jest kątem prostym.

160. Twierdzenie Talesa

- O odcinkach na ramionach kąta:
Jeżeli ramiona kąta przetniemy kilkoma prostymi równoległymi to odcinki powstałe na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków powstałych na drugim ramieniu kąta.
- O odcinkach na prostych równoległych:
Jeżeli ramiona kąta przetniemy kilkoma prostymi równoległymi to odcinki powstałe na prostych równoległych są proporcjonalne do tych

odcinków z każdego ramienia, których początkiem jest wierzchołek kąta.

- 161.** Twierdzenie odwrotne do tw. Talesa:
Jeżeli odcinki wyznaczone przez proste na jednym ramieniu kąta, są proporcjonalne do odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu kąta, to proste są równoległe.
- 162.** Procent jest to jedna setna część całości. Ozn. %.
- 163.** Aby zamienić procenty na liczbę należy liczbę procentów podzielić przez 100, czyli pomnożyć przez 0,01.
- 164.** Aby zamienić liczbę na procenty należy pomnożyć daną liczbę przez 100 i dopisać znak %.
- 165.** Aby obliczyć procent z liczby należy pomnożyć daną liczbę przez ten procent.
- 166.** Aby obliczyć liczbę mając dany jej procent należy ułożyć równanie: liczbę procent pomnożyć przez x , co się równa danej liczbie (lub podzielić daną liczbę przez ten procent)
- 167.** Aby obliczyć, jakim procentem jednej liczby jest druga, należy podzielić drugą liczbę przez pierwszą i pomnożyć przez 100%.
- 168.** Promil jest to jedna tysięczna część całości. Ozn. ‰
- 169.** Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie są to dwie wzajemnie prostopadłe osie liczbowe, mające wspólny punkt zerowy zwany początkiem układu współrzędnych.
Układ dzieli płaszczyznę na 4 części zwane ćwiartkami. Numerujemy je przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, zaczynając od prawej górnej.
- 170.** Oś pozioma układu współrzędnych nazywa się osią x -ów lub osią odciętych.
- 171.** Oś pionowa układu współrzędnych nazywa się osią y -ów lub osią rzędnych.
- 172.** Punkty leżące w I ćwiartce układu współrzędnych mają współrzędne: $x > 0$, $y > 0$.
- 173.** Punkty leżące w II ćwiartce układu współrzędnych mają współrzędne: $x < 0$, $y > 0$.
- 174.** Punkty leżące w III ćwiartce układu współrzędnych mają współrzędne: $x < 0$, $y < 0$.
- 175.** Punkty leżące w IV ćwiartce układu współrzędnych mają współrzędne: $x > 0$, $y < 0$.
- 176.** Funkcją ze zbioru X w zbiór Y nazywamy takie przyporządkowanie, które każdemu elementowi x ze zbioru X przyporządkowuje dokładnie jeden element y ze zbioru Y . X -dziedzina funkcji, x - argument funkcji, Y - przeciwdziedzina funkcji, y - wartość funkcji.
- 177.** Sposoby opisywania funkcji: słowny, tabelka, graf, wykres, wzór.

- 178.** Ogólny wzór funkcji liniowej to $y = ax + b$, $x \in \mathbb{R}$.
 a jest to współczynnik kierunkowy. Mówi czy funkcja jest rosnąca ($a > 0$), malejąca ($a < 0$), czy stała ($a = 0$).
 b jest to wyraz wolny. Mówi o punkcie przecięcia wykresu z osią OY ($0, b$).
- 179.** Własności funkcji to:
- dziedzina,
 - zbiór wartości funkcji,
 - miejsce zerowe,
 - dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie a dla jakich ujemne
 - monotoniczność funkcji.
- 180.** Miejsce zerowe funkcji jest to taka wartość argumentu x , dla której wartość funkcji y wynosi zero.
- 181.** Funkcja liniowa może mieć:
- jedno miejsce zerowe, $a \neq 0$
 - nieskończenie wiele miejsc zerowych, $a = 0$, $b = 0$
 - brak miejsc zerowych, $a = 0$, $b \neq 0$.
- 182.** Funkcję nazywamy rosnącą, jeśli wraz ze wzrostem argumentów rosną wartości funkcji.
- 183.** Funkcję nazywamy malejącą, jeśli wraz ze wzrostem argumentów maleją wartości funkcji.
- 184.** Funkcję nazywamy stałą, jeśli dla każdego argumentu przyjmuje tę samą wartość.
- 185.** Wykresy funkcji liniowych są prostymi równoległymi, jeśli mają ten sam współczynnik kierunkowy.
- 186.** Wykresy funkcji liniowych są prostymi prostokątnymi, jeśli iloczyn współczynników kierunkowych jest równy -1 .
- 187.** Punkt należy do wykresu funkcji, jeśli jego współrzędne spełniają równanie funkcji.
- 188.** Zasady rozwiązywania równań:
- Obie strony można przekształcić tożsamościowo (np. opuścić nawiasy, pozbyć się kreski ułamkowej, zredukować wyrazy podobne),
 - Do obu stron równania można dodać lub odjąć to samo wyrażenie (przenoszenie wyrazów z jednej strony na drugą stronę równania).
 - obie strony równania możemy podzielić lub pomnożyć przez tę samą liczbę różną od zera.
- 189.** Równanie I stopnia z jedną niewiadomą może:

- mieć nieskończenie wiele rozwiązań (tożsamościowe),
- nie mieć rozwiązania (sprzeczne),
- mieć jedno rozwiązanie.

190. Pierwiastkiem równania nazywamy każdą liczbę, która spełnia to równanie.

191. Równanie jest sprzeczne wtedy, gdy nie ma rozwiązania ($x \in \emptyset$).

192. Równanie jest tożsamościowe wtedy, gdy ma nieskończenie wiele rozwiązań.

193. Nierówności rozwiązujemy tak jak równania, ale jeśli dzielimy obie strony przez liczbę ujemną to zmieniamy znak nierówności na przeciwny.

194. Rozwiązaniem równania I stopnia z dwiema niewiadomymi w zbiorze liczb rzeczywistych jest nieskończenie wiele par liczb.

195. Ilustracją graficzną równania I stopnia z dwiema niewiadomymi w zbiorze liczb rzeczywistych jest prosta.

196. Układy równań I stopnia z dwiema niewiadomymi ze względu na ilość rozwiązań dzielimy na:

- oznaczone (układ równań niezależnych) – jedno rozwiązanie, para liczb (x,y)
- nieoznaczone (układ równań zależnych) – nieskończenie wiele rozwiązań
- sprzeczne (układ równań sprzecznych) – brak rozwiązań.

197. Ilustracją graficzną oznaczonego układu równań są dwie proste przecinające się w jednym punkcie, którego współrzędne są rozwiązaniem danego układu równań.

198. Ilustracją graficzną nieoznaczonego układu równań są dwie proste pokrywające się.

199. Ilustracją graficzną sprzecznego układu równań są dwie proste równoległe, nie pokrywające się.

200. Graniastosłup prosty jest to bryła (figura przestrzenna), która ma dwie podstawy będące dowolnymi wielokątami przystającymi, a ściany boczne są prostokątami.

201. Graniastosłup prosty nazywamy prawidłowym, kiedy jego podstawa jest wielokątem foremnym.

202. Wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa:

$$P_c = 2P_p + P_b, \quad P_p - \text{pole podstawy}, P_b - \text{pole powierzchni bocznej}.$$

203. Objętość graniastosłupa oblicza się mnożąc pole podstawy przez wysokość tego graniastosłupa.

204. Prostopadłościan jest to graniastosłup prosty o podstawie prostokąta.

- Wzór na pole powierzchni:

$$P = 2ab + 2ac + 2bc,$$

- Wzór na objętość:
 $V = abc$,
 a, b, c – krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka
- 205.** Sześciąt jest to graniastosłup, którego wszystkie ściany są kwadratami.
- Wzór na pole powierzchni sześciątu: $P = 6a^2$
 - Wzór na objętość sześciątu: $V = a^3$,
 - Wzór na przekątną w sześciącie: $a\sqrt{3}$. a – krawędź sześciątu.
- 206.** Ostrosłup to figura przestrzenna, która ma jedną podstawę będącą dowolnym wielokątem , a ściany boczne są trójkątami schodzącymi się w jednym punkcie zwanym wierzchołkiem ostrosłupa.
- 207.** Ostrosłup prosty nazywamy prawidłowym, kiedy w podstawie ma wielokąt foremny, a krawędzie boczne mają równe długości.
- 208.** Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa równe jest sumie pola podstawy i pól ścian bocznych.
 $P_c = P_p + P_b$, P_p – pole podstawy, P_b – pole powierzchni bocznej.
- 209.** Wzór na objętość ostrosłupa:
 $V = \frac{1}{3} P_p H$, H – wysokość ostrosłupa, P_p – pole podstawy.
- 210.** Czworosłup foremny jest to ostrosłup którego wszystkie ściany są przystającymi trójkątami równobocznymi.
- 211.** Walec jest to bryła obrotowa powstała w wyniku obrotu prostokąta wokół prostej zawierającej jeden z jego boków (o kąt 360°).
- 212.** Wzór na pole powierzchni całkowitej walca:
 $P_c = 2\pi r^2 + 2\pi rH$,
 Wzór na objętość walca:
 $V = \pi r^2 H$,
 r - promień podstawy, H – wysokość walca.
- 213.** Stożek to bryła obrotowa powstała w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego wokół prostej zawierającej jedną z przyprostokątnych (o kąt 360°).
- 214.** Tworząca stożka to przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego, w wyniku obrotu którego powstaje stożek.
- 215.** Wzór na pole powierzchni całkowitej stożka:
 $P_c = \pi r^2 + \pi r l$
 Wzór na objętość stożka:
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 H$
 r - długość promienia podstawy, l – tworząca stożka, H – wysokość stożka
- 216.** Kula jest to bryła obrotowa powstała w wyniku obrotu półkola wokół prostej zawierającej jego średnicę (o kąt 360°).

217. Wzór na pole powierzchni całkowitej kuli:

$$P=4\pi r^2$$

Wzór na objętość kuli:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3,$$

r – długość promienia kuli

218. Punkty P i P' są symetryczne względem prostej, gdy:

- punkty P i P' leżą po przeciwnych stronach prostej
- na prostej prostopadłej do tej prostej
- w jednakowych odległościach od tej prostej.

219. Punkty P i P' są symetryczne względem punktu S wtedy, gdy:

- Punkt P' leży na prostej poprowadzonej przez punkty P i S
- Odcinki PS i SP' są jednakowej długości

220. Figura jest osiowosymetryczna wtedy, gdy jest symetryczna sama do siebie względem pewnej prostej - zwanej osią symetrii.

Figury osiowosymetryczne to np: prostokąt (2 osie), kwadrat (4 osie), okrąg (nieskończenie wiele osi)

221. Figura jest środkowosymetryczna wtedy, gdy jest symetryczna sama do siebie względem pewnego punktu, zwanego środkiem symetrii.

Figury środkowosymetryczne to np: romb, prostokąt, równoległobok, odcinek.

222. Figura, która jest osiowosymetryczna, a nie jest środkowosymetryczna to np. trapez równoramienny, trójkąt równoramienny, trójkąt równoboczny.

Figura, która jest środkowosymetryczna, a nie jest osiowosymetryczna to np równoległobok.

223. Figury posiadające:

- 1 oś symetrii to np.: deltoidy, trapezy równoramienne, trójkąty równoramienne.
- 2 osie symetrii to np.: prostokąty, odcinki, romby nie będące kwadratami.
- 3 osie symetrii to np.: trójkąty równoboczne.
- 4 osie symetrii to np.: kwadraty
- nieskończenie wiele osi symetrii to np.: koła i okręgi, proste
- osi symetrii nie mają np.: trójkąty różnoboczne

224. Punkty symetryczne względem osi OY mają odcięte będące liczbami przeciwnymi, natomiast rzędne są takie same.

Punkty symetryczne względem osi OX mają odcięte takie same, natomiast rzędne są liczbami przeciwnymi.

225. Punkty symetryczne względem początku układu współrzędnych mają rzędne i odcięte będące liczbami przeciwnymi.

226. Nasz system zapisywania liczb nazywa się dziesiątkowym i pozycyjnym.

Dziesiątkowy – bo 10 jednostek rzędu niższego tworzy jedną jednostkę rzędu

bezpośrednio wyższego.

Pozycyjny – bo wartość cyfry zależy od pozycji, czyli miejsca, które ta cyfra zajmuje.

227. Rzymianie do zapisywania liczb używali następujących znaków:

- I → 1
- V → 5
- X → 10
- L → 50
- C → 100
- D → 500
- M → 1000

Przy zapisie liczb obowiązywały następujące zasady:

- Gdy znaki występują w kolejności malejącej, to dodajemy ich wartości
- Gdy znak mniejszy poprzedza większy, to odejmujemy ich wartości
- Obok siebie nie mogą występować dwa znaki: V, L, D.
- Mogą występować kolejno co najwyżej trzy znaki: I, X, C, M
- Znak I występuje tylko przed V i X
- Znak X występuje tylko przed L i C
- Znak C występuje tylko przed D i M

Wartość liczby zapisanej znakami rzymskimi można zwiększyć:

- Stukrotnie zapisując znak liczby w kreskach pionowych
- Tysięckrotnie podkreślając ją u góry.